الصفحة	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة المركز الوطني للتقويم والامتحانات
1 / 4	الدورة العادية 2024	
** |	-الموضوع -	
	SSSSSSSSSSSSSSSSSSS-SSSS NS 22	

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3h
الشعبة المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية ومسلك العلوم الزراعية	المعامل	7

تعليمات عامة

- ✓ يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
- ✓ يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه؛
- ✓ ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة.

مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من أربعة تمارين ومسألة، مستقلة فيما بينها، وتتوزع حسب المجالات كما يلي:

التمرين الأول	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الثاني	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثالث	الأعداد العقدية	4 نقط
التمرين الرابع	حساب الاحتمالات	2 نقط
المسألة	دراسة الدوال العددية وحساب التكامل	8 نقط

- ✓ نرمز بـ $\overline{z}$ لمرافق العدد العقدي z وبـ $|z|$ لمعياره،
- ✓ $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النيبري.

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2024 – الموضوع
- مادة: الرياضيات-
شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية ومسلك العلوم الزراعية

التمرين الأول (3 نقط):

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0 = 4$ و $u_{n+1} = \frac{4u_n - 2}{1+u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

0.25 | 1) أ) تحقق أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} = 4 - \frac{6}{1+u_n}$

0.5 | ب) بين بالترجع أن لكل n من $\mathbb{N}$: $2 \le u_n \le 4$

0.25 | 2) أ) بين أن $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)(2 - u_n)}{1+u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

0.5 | ب) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية واستنتج أن (u_n) متقاربة.

3) لتكن (v_n) المتتالية المعرف ب: $v_n = \frac{2-u_n}{1-u_n}$ ، لكل n من $\mathbb{N}$

0.5 | أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{3}$

0.5 | ب) بين أن $u_n = 1 + \frac{1}{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}$ لكل n من $\mathbb{N}$

0.5 | ج) احسب نهاية المتتالية (u_n)

التمرين الثاني (3 نقط):

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$، النقطتين $A(-1, 0, -1)$ و $B(1, 2, -1)$ والمستوى (P) المار من النقطة A و $\vec{n}(2,-2,1)$ متجهة منظمية عليه والفلكة (S) التي مركزها $\Omega(2, -1, 0)$ وشعاعها 5

0.25 | 1) بين أن $2x - 2y + z + 3 = 0$ معادلة ديكارتية للمستوى (P)

0.25 | 2) حدد معادلة ديكارتية للفلكة (S)

0.5 | 3) أ) تحقق أن المسافة بين النقطة Ω والمستوى (P) هي $d(\Omega,(P)) = 3$

0.5 | ب) استنتج أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) يتم تحديد شعاعها.

0.5 | 4) أ) حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (P)

0.5 | ب) بين أن النقطة $H(0,1,-1)$ هي مركز الدائرة (Γ)

0.5 | ج) بين أن المستقيم (Δ) واسط للقطعة $[AB]$

التمرين الثالث (4 نقط):

في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقطتين A و B اللتين لحقيهما على التوالي $a=\sqrt{3}(1-i)$ و $b=2+\sqrt{3}+i$

0.5 1) تحقق أن $|a|=\sqrt{6}$ وأن $\arg(a)\equiv\frac{-\pi}{4}[2\pi]$

0.75 2) أ) بين أن $\frac{b}{a}=\frac{3+\sqrt{3}}{6}+\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)i$ ثم تحقق أن $\frac{b}{a}=\frac{3+\sqrt{3}}{3}e^{i\frac{\pi}{3}}$

0.75 ب) استنتج شكلا مثلثيا للعدد العقدي b ثم تحقق أن b^{24} عدد حقيقي.

3) ليكن R الدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{6}$ والذي يحول كل نقطة M من المستوى ذات اللحق z الى النقطة M' ذات اللحق z'. نضع $R(B)=B'$ و $R(A)=A'$ و $R(A')=A''$

0.5 أ) تحقق أن $z'=\frac{1}{2}(\sqrt{3}+i)z$ وأن $\arg(a')\equiv\frac{-\pi}{12}[2\pi]$ ، حيث a' لحق النقطة A'

0.5 ب) بين أن لحق النقطة A'' هو $a''=\sqrt{6}e^{i\frac{\pi}{12}}$ واستنتج أن النقط O و A'' و B مستقيمية.

0.5 ج) بين أن b'، لحق النقطة B'، يحقق $b'=\left(\frac{3+\sqrt{3}}{3}\right)\bar{a}$

0.5 د) استنتج أن المثلث OAB' قائم الزاوية في O

التمرين الرابع (2 نقط):

يحتوي صندوق على سبع كرات: أربع كرات تحمل الرقم 1 وكرتان تحملان الرقم 2 وكرة تحمل الرقم 3 لا يمكن التمييز بين جميع الكرات باللمس. نسحب عشوائيا وتآنيا كرتين من الصندوق.

0.5 1) بين أن $p(A)=\frac{1}{3}$ ، حيث A هو الحدث " الكرتان المسحوبتان تحملان نفس الرقم" .

0.5 2) بين أن $p(B)=\frac{5}{21}$ ، حيث B هو الحدث "مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين يساوي 4"

0.5 3) احسب $p(A\cap B)$

0.5 4) هل الحدثان A و B مستقلان؟ علل جوابك.

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2024 – الموضوع
- مادة: الرياضيات-
شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية ومسلك العلوم الزراعية

المسألة (8 نقط):

الجزء الأول:

نعتبر الدالتين العدديتين u و v المعرفتين على $\mathbb{R}$ بما يلي: $u(x)=e^x$ و $v(x)=x$

0.5 1) ارسم في نفس المعلم المتعامد الممنظم $(\mathcal{C}_u)$ و $(\mathcal{C}_v)$، منحنيي الدالتين u و v

0.25 2) بين مبيانيا أن $e^x-x>0$ بالنسبة لكل x من $\mathbb{R}$

0.5 3) احسب مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى $(\mathcal{C}_u)$ والمنحنى $(\mathcal{C}_v)$ والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=0$ و $x=1$

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب $f(x)=x+1-\ln(e^x-x)$

0.25 1) أ) تحقق أن f معرفة على $\mathbb{R}$

0.5 ب) بين أن $f(x)=1-\ln(1-xe^{-x})$ ، لكل x من $\mathbb{R}$

0.5 ج) استنتج أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ ثم أول هندسيا هذه النتيجة.

0.25 2) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

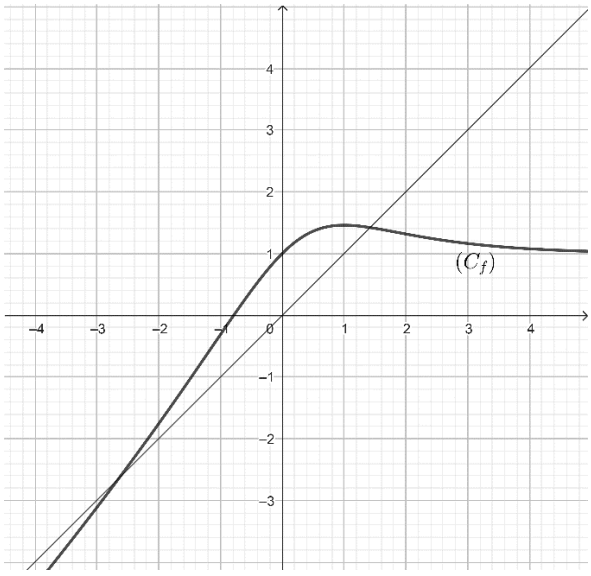
0.5 ب) تحقق أن $f(x)=x+1-\ln(-x)-\ln\left(1-\dfrac{1}{xe^{-x}}\right)$ ، لكل $x<0$

0.75 ج) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ ثم استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل فرعا شلجميا، اتجاهه المستقيم الذي معادلته $y=x$ بجوار $-\infty$

0.5 3) أ) بين أن $f'(x)=\dfrac{1-x}{e^x-x}$ لكل x من $\mathbb{R}$

0.5 ب) ادرس إشارة الدالة المشتقة للدالة f ثم استنتج جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$

0.75 ج) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]-1,0[$



4) المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ جانبه هو التمثيل المبياني للدالة f في معلم متعامد ممنظم.

0.5 أ) بين مبيانيا أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلين α و β

0.5 ب) بين أن $e^\alpha-e^\beta=\alpha-\beta$

5) لتكن g قصور الدالة f على المجال $I=]-\infty,1]$

0.5 أ) بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده. (تحديد $g^{-1}(x)$ غير مطلوب)

0.75 ب) تحقق أن g^{-1} قابلة للاشتقاق في النقطة 1 واحسب $\left(g^{-1}\right)'(1)$